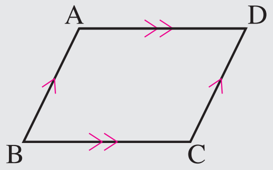
28 平行四辺形の性質

レッスン 5008 平行四辺形の定義と性質①

ポイント

- 平行四辺形 ABCD を ▱ABCD と書くことがある

- 平行四辺形の定義　：　2 組の対辺（たいへん）がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形という



- 平行四辺形の性質（定理）

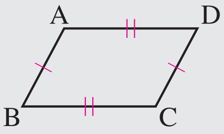
1 平行四辺形の 2 組の対辺はそれぞれ等しい

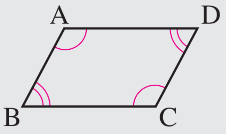
2 平行四辺形の 2 組の対角（たいかく）はそれぞれ等しい

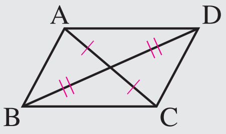
3 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる

対辺　：　四角形の向かい合う辺

対角　：　四角形の向かい合う角

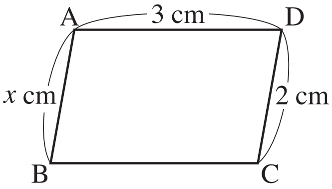
1


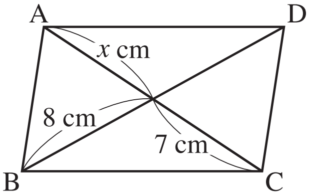
2


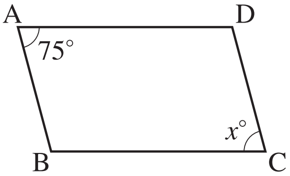
3


問題

次の図の ▱ABCD で，x の値を求め，その理由となる平行四辺形の性質を答えなさい。

(1) 

(2) 

(3) 

解答

(1) $x = \mathbf{2}$ …(答)

理由となる平行四辺形の性質は

平行四辺形の 2 組の対辺はそれぞれ等しい …(答)

(2) $x = \mathbf{7}$ …(答)

理由となる平行四辺形の性質は

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる …(答)

(3) $x = \mathbf{75}$ …(答)

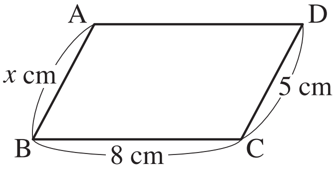
理由となる平行四辺形の性質は

平行四辺形の 2 組の対角はそれぞれ等しい …(答)

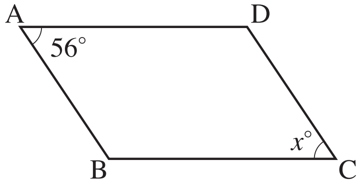
確認テスト　平行四辺形の定義と性質①

次の図の $\square$ABCD で，x の値を求め，その理由となる平行四辺形の性質を答えなさい。

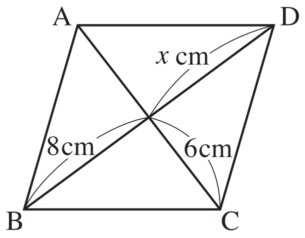
(1)



(2)



(3)

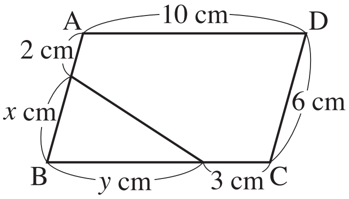


レッスン 5009 平行四辺形の定義と性質②

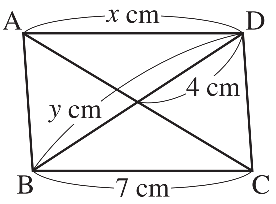
問題

次の図の $\square$ABCD で，x，y の値を求めなさい。

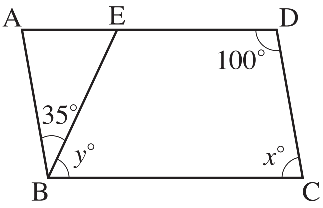
(1)



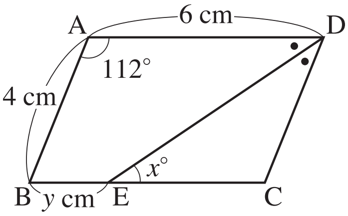
(2)



(3)



(4)



（線分 DE は ∠ADC の二等分線）

解答

⑴ 平行四辺形の対辺は等しいので

$$AB = CD = 6\,\text{cm}$$
$$BC = AD = 10\,\text{cm}$$

よって

$x = 6 - 2$
$= \mathbf{4}$ …(答)

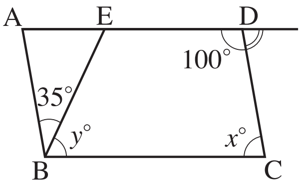
$y = 10 - 3$
$= \mathbf{7}$ …(答)

⑵ 平行四辺形の対辺は等しいので

$x = \mathbf{7}$ …(答)

また，平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので

$y = 4 \times 2$
$= \mathbf{8}$ …(答)

⑶ 

上の図で，頂点 D の外角は

$$180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

平行四辺形の対辺は平行だから $AD \parallel BC$ であり，
平行線の錯角は等しいから

$x = \mathbf{80}$ …(答)

また，平行四辺形の対角は等しいので

$\angle ABC = \angle ADC$
$= 100^\circ$

したがって

$y = 100 - 35$
$= \mathbf{65}$ …(答)

(**4**) 平行四辺形の対辺は平行だから $AD \parallel BC$ であり，平行線の錯角は等しいので

$\angle CED = \angle ADE$ …①

また，線分 DE は $\angle ADC$ の二等分線だから

$\angle CDE = \angle ADE$ …②

①，②より，2 つの角が等しいので，$\triangle CDE$ は $CD = CE$ の二等辺三角形である。

また，平行四辺形の対角は等しいので

$\angle C = \angle A$

$= 112^\circ$

よって，$\angle CED = \angle CDE$ より

$x = (180 - 112) \div 2$

$= \mathbf{34}$ …(答)

さらに，平行四辺形の対辺は等しいので

$CD = AB = 4\,cm$

$BC = AD = 6\,cm$

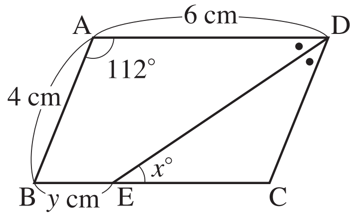
また，$CE = CD = 4\,cm$ だから

$y = BC - CE$

$= 6 - 4$

$= \mathbf{2}$ …(答)

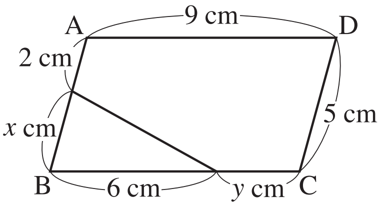
(**4**)



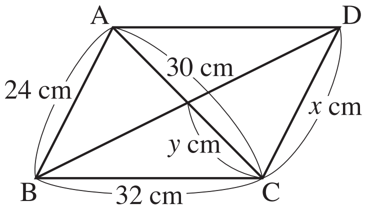
確認テスト　平行四辺形の定義と性質②

次の図の ▱ABCD で，x，y の値を求めなさい。

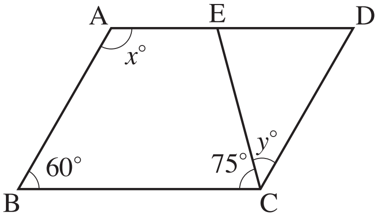
(**1**)



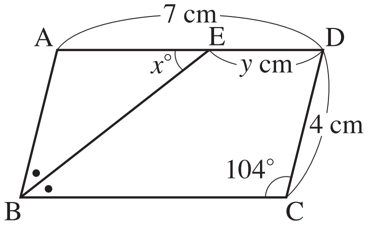
(**2**)



(**3**)



(**4**)

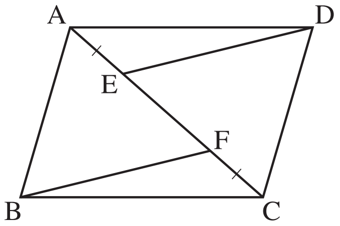


(線分 BE は $\angle ABC$ の二等分線)

レッスン 5010 平行四辺形の性質を利用した証明

問題

▱ABCD の対角線 AC 上に 2 点 E，F を，AE = CF となるようにとるとき，DE = BF であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ADE と △CBF において，仮定より

AE = CF …①

[(1)] から

AD = CB …②

平行四辺形の対辺は平行だから AD // BC であり，平行線の錯角は等しいから

[(2)] …③

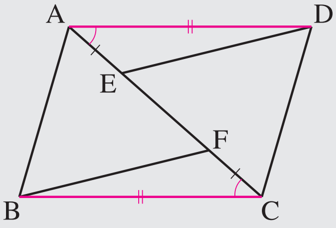
①，②，③より，[(3)] から

△ADE ≡ △CBF

よって，[(4)] から

DE = BF （証明終）

ポイント



- △ADE と △CBF が合同であることを示せれば，対応する辺が等しいことから DE = BF を証明できる

- 平行四辺形の対辺は等しいので

  AD = CB

  また，平行四辺形の対辺は平行だから AD // BC であり，平行線の錯角は等しいから

  ∠DAE = ∠BCF

  となることを利用する

解答

【証明】

△ADE と △CBF において，仮定より

$$AE = CF \quad \cdots ①$$

⑴平行四辺形の対辺は等しい から

$$AD = CB \quad \cdots ②$$

平行四辺形の対辺は平行だから AD // BC であり，平行線の錯角は等しいから

⑵ $\angle DAE = \angle BCF$ …③

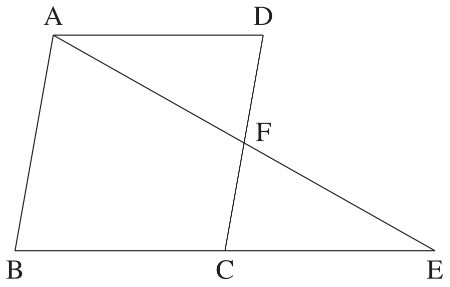
①，②，③より，⑶ 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい から

$$\triangle ADE \equiv \triangle CBF$$

よって，⑷対応する辺は等しい から

$$DE = BF$$ （証明終）

次の図のように，▱ABCD の辺 BC の延長上に，BE ＝ 2BC となる点 E をとる。線分 AE と辺 CD の交点を F とすると，CF ＝ DF であることを次のように証明する。このとき，空欄 [(1)] ～ [(4)] を埋めなさい。



【証明】

△CEF と △DAF において，仮定より

CE ＝ BC　…①

[(1)] から

DA ＝ BC　…②

①，②より

[(2)]　…③

平行四辺形の対辺は平行だから AD // BE であり，平行線の錯角は等しいから

∠CEF ＝ ∠DAF　…④

∠ECF ＝ ∠ADF　…⑤

③，④，⑤より，[(3)] から

△CEF ≡ △DAF

よって，[(4)] から

CF ＝ DF　（証明終）